PROCESSI STOCASTICI 1 (17-01-2018)

TEMPO DISPONIBILE 3 ORE

L'uso di libri ed appunti e' proibito. Scrivere nome cognome ed indirizzo e-mail sui fogli che si consegnano.

1) Siano ξ, η due variabilia casuali con distribuzione congiunta data dalla densita uniforme su $\{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$. Calcolare $\mathbb{E}(\xi^2\eta^3|\eta)$.

2) Siano η_i variabili casuali i.i.d. di Bernoulli di parametro p. e sia $\xi_n = \sum_{i=1}^{n} \eta_i$. Dimostrare che $e^{-\xi_n}$ e' una submartingala e calcolarne la decomposizione di Doob.

Dimostrare che $e^{-n}(\xi_n - np)$ e'una martingala uniformemente integrabile; dimostrare che esiste una variabile casuale integrabile γ verso la quale questa martingala converge. Determinare il tipo di convergenza e calcolare $\mathbb{E}(\gamma)$.

3)I processi di diramazione

4)I lemmi di Borel Cantelli

5) Sia $N(t)$, $t \geq 0$, un processo di Poisson di parametro λ. Determinare la distribuzione della variabile casuale definita come la distanza punto di coordinata $t = 1$ dal tempo di arrivo piu vicino. Calcolare anche $\mathbb{E}\left(N(2)e^{N(1)}\right)$.