

## CALCOLO DELLE PROBABILITA E STATISTICA (14-1-2019)

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE E MEZZA PER IL TOTALE (ESERCIZI 1,2,3,4,5,6) 2 ORE PER IL SECONDO PARZIALE (ESERCIZI 2,3,5,6,7)

Libri ed appunti sono proibiti

1) Probabilità condizionata ed indipendenza

2) Variabili casuali Gaussiane

3) Siano  $X_i$  variabili casuali i.i.d. continue con distribuzione determinata dalla densità

$$f(x) = \begin{cases} c(x+x^2) & x \in [0, 1] \\ 0 & x \notin [0, 1] \end{cases}$$

Determinare il valore della costante  $c$  affinché questa sia una buona densità di probabilità. Determinare  $\mathbb{E}(X_1)$ . Dare una stima di  $n$  affinché

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} - \mathbb{E}(X_1)\right| > \frac{1}{10}\right) \leq \frac{1}{100}$$

4) Siano  $X_i$  variabili casuali i.i.d. di Bernoulli di parametro  $\frac{1}{3}$ . Calcolare  $\mathbb{P}(X_1 \neq X_2)$ ,  $\mathbb{P}(X_1 + X_2 + X_3 = 1)$ ,  $\mathbb{E}(3X_1X_2 + 2X_2 + 1)$ ,  $\text{Var}(2X_1 + X_2 + 1)$ . Disegnare il grafico della funzione di ripartizione della variabile casuale  $3X_1 + 2$ .

5) Siano  $X_i$  variabili casuali i.i.d. uniformi nell'intervallo  $[0, c]$  dove  $c$  è un parametro incognito. Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di  $c$ , dire se è uno stimatore distorto o no.

6) Siano  $X_i$  variabili casuali i.i.d. con distribuzione  $\mathcal{N}(\mu, 2)$  dove  $\mu$  è un valore non noto. Il campione osservato è costituito dai seguenti dati

1, 7; 1, 3; 2, 2; 2, 0; 1, 9; 1, 6

Determinare un intervallo di confidenza al 95% per il parametro  $\mu$ .

7) Media e varianza campionarie