

CALCOLO DELLE PROBABILITA E STATISTICA (21-2-2019)

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE E MEZZA

Libri ed appunti sono proibiti

1) Siano X ed Y due variabili casuali indipendenti di Poisson rispettivamente di parametri 1 e 2. Calcolare $\mathbb{E}(3X + 2Y)$; $Var(2X + 4Y)$ e $\mathbb{P}(X + Y = 2)$

2) Vi sono 6 urne numerate dall' 1 al 6. L'urna numero n (con $n = 1, 2, \dots, 6$) contiene n palline bianche e $10 - n$ nere. Si lancia un dado e poi si estrae uniformemente a caso una pallina dall'urna avente il numero ottenuto nel lancio del dado. Calcolare la probabilita di estrarre una pallina bianca. Calcolare la probabilita di aver ottenuto 6 nel lancio del dado sapendo che e' stata estratta una pallina bianca.

3) In una nazione tropicale ogni giorno, indipendentemente dagli altri, piove con probabilita $\frac{1}{5}$. Sia N la variabile casuale che rappresenta il numero di giorni di pioggia in un anno. Dare una stima dall'alto usando la disuguaglianza di Chebysev della probabilita

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{N}{365} - \frac{1}{5}\right| > \frac{1}{10}\right)$$

4) Illustrare le principali distribuzioni di variabili casuali discrete e continue.

5) Discutere con esempi la nozione di intervallo di confidenza

6) Siano $X \sim \mathcal{N}(1, 1)$ e $Y \sim \mathcal{N}(2, 2)$ indipendenti fra loro. Calcolare in termini della funzione di ripartizione della Gaussiana standard

$$\mathbb{P}(-6 \leq 2X + Y \leq 8) .$$

7) Calcolare, motivando la risposta, la stima di massima verosimiglianza della probabilita di ottenere testa di una moneta che lanciata ripetutamente ed indipendentemente ha dato come risultato la sequenza (T=testa, C=croce)

$$T, T, C, C, C, T, T, C, C, T, C,$$