

CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA (24-7-2019)

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE E MEZZA

Libri ed appunti sono proibiti

1) Probabilità condizionata ed indipendenza: teoria ed esempi

2) In una gara vi sono 10 atleti con i pettorali da 1 fino a 10. Supponiamo che tutti i possibili ordini di arrivo siano equiprobabili. Calcolare la probabilità che tutti i numeri pari arrivino prima dei numeri dispari; calcolare la probabilità che l'atleta con il numero 2 arrivi subito dopo l'atleta con il numero 1; calcolare la probabilità che l'atleta con il numero 2 arrivi dopo l'atleta con il numero 1; calcolare la probabilità che i primi due arrivati abbiano i numeri di pettorale progressivi e crescenti (vince i arriva secondo $i + 1$).

3) Siano X_i variabili casuali i.i.d. di Bernoulli di parametro $1/3$. Si determini la distribuzione della variabile casuale $X = X_1 X_2 X_3$. Calcolare $Var(X + X_1)$. Disegnare il grafico della funzione di ripartizione della variabile casuale $e^X + 2$

4) Siano X_i variabili casuali i.i.d. continue con distribuzione determinata dalla densità

$$f(x) = \begin{cases} c(x + x^3) & x \in [0, 1] \\ 0 & x \notin [0, 1] \end{cases}$$

Determinare il valore della costante c affinché questa sia una buona densità di probabilità. Determinare $\mathbb{E}(X_1)$. Dare una stima di n affinché

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} - \mathbb{E}(X_1)\right| > \frac{1}{100}\right) \leq \frac{1}{1000}$$

5) Un esperimento viene ripetuto varie volte ed i risultati delle varie ripetizioni sono

1, 1, 2, 1, 4, 3, 1, 3,

Calcolare la media e la varianza campionaria dei risultati

6) Abbiamo una moneta che quando viene lanciata dà come risultato testa con probabilità p incognita. Si lancia la moneta in sequenza in modo indipendente ottenendo i risultati (T=testa, C=croce)

T, T, C, C, C, C, C, C, C, T,

Determinare l'intervallo di confidenza al 90% del parametro incognito p .

7) Gli stimatori di massima verosimiglianza