

CALCOLO DELLE PROBABILITA E STATISTICA (4-7-2019)

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE E MEZZA

Libri ed appunti sono proibiti

1) Sia X una variabile casuale che assume i valori $i = 1, 2, \dots, 5$ con probabilità c/i dove c è un'opportuna costante di normalizzazione. Determinare il valore della costante c . Calcolare $\mathbb{E}(X)$, disegnare il grafico della funzione di ripartizione della variabile casuale $X^2 + 1$.

2) Siano X_1, X_2, \dots, X_6 variabili casuali i.i.d. di Bernoulli di parametro $\frac{1}{3}$. Si considerano le variabili casuali $Y_1 = X_1 X_2$, $Y_2 = X_3 X_4$, $Y_3 = X_5 X_6$. Determinare la distribuzione congiunta delle variabili casuali Y_1, Y_2, Y_3 . Calcolare $Var(3Y_1^2 + Y_2)$. Calcolare $\mathbb{P}(Y_1 + Y_2 + Y_3 = 2)$.

3) La chiave di una porta si trova in un mazzo insieme ad altre 9 chiavi. Calcolare la probabilità di trovare la chiave giusta esattamente al terzo tentativo
A) nel caso in cui in ogni tentativo si scelga una chiave a caso uniformemente tra tutte quelle presenti nel mazzo senza tenere conto dei tentativi precedenti
B) nel caso in cui ad ogni tentativo si scelga uniformemente a caso tra le chiavi del mazzo che non sono ancora state testate. In questo secondo caso calcolare la probabilità di aprire la porta esattamente al 4 tentativo sapendo che non è stata aperta nei primi tre.

4) La legge dei grandi numeri

5) Media e varianza empiriche

6) Siano X_i variabili casuali i.i.d. Gaussiane di media incognita μ e di varianza 3. Si osserva il seguente campione ottenuto dall'osservazione di un numero finito di tali variabili

1, 7; 1, 8; 2, 0; 1, 4; 2, 2; 1.2; 1, 6;

Determinare un intervallo di confidenza al 95% per il parametro incognito μ

7) Siano X_i variabili casuali i.i.d. uniformi in $[0, a]$ dove a è un parametro incognito. Supponendo che un campione osservato per questa sequenza di variabili casuali sia quello riportato nel precedente esercizio. Determinare il valore dello stimatore di massima verosimiglianza del parametro a .