Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **10.9.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza di una successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

(ii) Dare un esempio di una successione convergente al limite $l = \sqrt{2}$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^1[a,b]$ tale che $f'(a) \cdot f'(b) < 0$. Allora

a f non è monotona

b esiste $c \in [a,b]$ tale che $f(c) = 0$

c f è decrescente

d f ha un unico punto di minimo in $[a,b]$

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n \cdot \left[\sin\left(\frac{1}{n^2}\right) - \beta \right] \right)^n$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^2 \frac{\ln(x) + 1}{x} \, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia $f(x,y) = 1+\sin\big(2y+\cos(x)\big)$, $P_0 = (\frac{\pi}{2}, \pi)$ e $v = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$. Calcolare la derivata direzionale $D_v f(P_0)$ e l'equazione del piano tangente di f in P_0.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste,

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1-\cos(xy)}{x^2+y^2}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \ln\big(1 - \sin(x)\big)$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione