Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **16.7.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di derivata parziale $f_y(x, y)$ per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Dire se esiste una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ che è continua ma non derivabile parzialmente in $(0, 0)$. (Giustificare la risposta).

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}(\mathbb{R})$ tale che $f(a) \cdot f(b) > 0$. Allora

a non esiste $c \in [a, b]$ tale che $f(c) = 0$

b l'insieme $\{f(e^x) : x \in [a, b]\}$ ammette massimo

c f è costante

d $f(x) < 0$ per ogni $x \in [a, b]$

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{-\frac{n^2}{2}}$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \arctan\left(1+\frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{x}}\right)$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq e,\ 1 \leq y \leq x\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{x}{y}\, dx\, dy$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Data $f(x, y) = \dfrac{y}{x - y}$, trovare un versore $v \in \mathbb{R}^2$ tale che la derivata direzionale $D_v f(2, 1) = 2$.

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x^2-5}}$ (senza calcolare $f''(x)$) e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione