Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **17.2.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[1+2 punti]

(i) Enunciare il teorema di Lagrange (detto anche del valor medio).

(ii) Dare un esempio di una funzione $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, tale che il punto di Lagrange non è unico.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[3 punti]

Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ una serie convergente a termini positivi. Allora

a $a_n = \frac{1}{2^n}$

b $a_n \leq \frac{1}{n^2}$ definitivamente

c la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^2$ converge

d la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 + a_n}{a_n}$ converge

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare la convergenza del seguente integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{\frac{\sin x}{1-\cos x}}\, dx$.

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\big(\cos(x) + \frac{1}{2}\sin(x^2)\big)}{(x \cdot e^x - x)^2}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Studiare la continuità e la differenziabilità in $(0,0)$ di $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-2y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \sqrt{x} + 3y \, dx \, dy$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di non derivabilità, di estremo locale ed asintoti della funzione $f(x) = \arctan \dfrac{x - x^2}{x^2 + 1}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione