Analisi Matematica 1, Scritto 2-A. Durata della prova: 2 ore **17.2.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[1+2 punti]

(i) Data $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$, dare la definizione di rapporto incrementale e di derivata della funzione f in x_0.

(ii) Dare un esempio di una funzione $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$ che non è derivabile in esattamente due punti.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua e monotona decrescente. Allora

a f è costante

b esiste $c \in (0, 1)$ tale che $f(c) = 0$

c $\sup\{f(x) : x \in (0, 1)\} \leq f(0)$

d f è derivabile con $f'(x) \leq 0$ per ogni $x \in (0, 1)$

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \cos(n\pi) \cdot \sqrt{1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)}$.

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\big(2x-\sin(x)\big)\ln(1+3x)}{1-\cos(2x)}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Studiare la continuità e l'esistenza delle derivate parziali in $(0,0)$ di $f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 1 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y - 2 \leq x \leq -y^2\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D e^y \, dx \, dy$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di estremo locale ed asintoti della funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e}} - e^{-\frac{x^2}{x^2+1}}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione