**Analisi Matematica (1)** **Durata della prova: 2 ore** **2.9.24**

**Cognome:** ..... **Nome:** .....

**Matricola:** ..... **Corso di Laurea:** .....

| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| $\Sigma$ | |

## Domanda 1

**[4 punti]**

(i) Enunciare il criterio del rapporto per le serie numeriche.

(ii) Tale criterio è utile per studiare la convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ ?

**Risposta**

(i) _____

(ii) _____

## Domanda 2

**[4 punti]**

Sia $f \in \mathrm{C}^1[a,b]$ tale che $f'(a) \cdot f'(b) < 0$. Allora

- [a] $f$ è decrescente
- [b] $f$ ha un unico punto di massimo in $[a,b]$
- [c] $f$ ha un punto critico in $[a,b]$
- [d] esiste $c \in [a,b]$ tale che $f(c) = 0$

**Risposta (da giustificare!)**

_____

## Esercizio 1

**[4 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{e^{n+1}} - \sqrt{e^{n-1}}}{\sqrt{e^n + 2}}$$

### Risoluzione

## Esercizio 2

**[5 punti]**

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \big(\ln(x) + 2\big)^3}$$

### Risoluzione

## Esercizio 3

**[5 punti]**

In quale punto $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ il piano $z = 2 + x - y$ è tangente al grafico di $f(x, y) = 1 + xy$ ?

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin^2(xy)}{x^2 + y^2}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[6 punti]**

Studiare dominio, simmetrie, periodicità, zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione $f(x) = \ln\big(1 - \cos(x)\big)$ e tracciarne un grafico approssimativo.

### Risoluzione