Analisi Matematica (1). Durata della prova: 2 ore **24.06.2025**

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ monotona.

(ii) Dare l'esempio di una successione *non* monotona $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ con $\lim_{n\to+\infty} a_n = \sqrt{2}$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema della media integrale.

(ii) Trovare un punto c del teorema della media integrale per la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ nell'intervallo $[1, e^2]$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1-\sqrt[n]{n^2}\right)^{3n}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Disegnare il grafico di una funzione $f:[2,8]\to\mathbb{R}$ con $f'(3)=0$, non continua in $x=4$, con $f'(5)=-1$, con un punto angoloso in $x=6$ e con $f'(7)=1$.

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

Trovare, se esiste, l'asintoto obliquo per $x \to +\infty$ della funzione $f(x) = x \cdot e^{1-\frac{2}{x}}$.

Risoluzione

Esercizio 4

[5 punti]

Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x,y) = \dfrac{2x \cdot \sin(xy)}{y}$ nel punto $(x_0, y_0) = (\frac{\pi}{2}, 1)$.

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Disegnare l'insieme $X = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 1,\ x \leq y \leq 2x\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_X x^3 y^2 \, dx \, dy.$$

Risoluzione