Analisi Matematica 1, Scritto 3-A. Durata della prova: 2 ore **27.1.09**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ in (x_0, y_0).

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il Teorema di Weierstrass per una funzione reale di una variabile.

(ii) Mostrare con un esempio (anche grafico) che il teorema precedente é una Condizione Sufficiente, ma non una Condizione Necessaria per l'esistenza del massimo e minimo.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $E = \left\{ n + \frac{(-1)^n}{n} \,:\, n = 1, 2, 3, 4, \ldots \right\}$. Allora

a $\sup E = +\infty$, $\nexists \min E$

b $\sup E = +\infty$, $\min E = -1$

c $\sup E = +\infty$, $\inf E = -\infty$

d $\sup E = +\infty$, $\min E = 0$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Lo sviluppo di Taylor del 3° ordine di $f(x) = \int_0^x \left(e^{t^2} - 1\right) dt$ in $x_0 = 0$ é

a $-x^3/3$

b $x - x^3/3$

c $x^3/3$

d $x^2 + x^3/3$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia $f \in C(\mathbb{R})$ derivabile per $x \neq 0$ con $f'(x) < 0$ per $x < 0$ e $f'(x) > 0$ per $x > 0$. Allora

a in $x = 0$ c'é sempre un asintoto verticale

b $x = 0$ é sempre un punto di minimo assoluto

c $x = 0$ é un punto di minimo assoluto soltanto se f é derivabile in 0 e $f'(0) = 0$

d nessuna delle precedenti risposte é corretta

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x} + \sin(x) - \cos(x)}{\cos^2(x) - \cos(x^2)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\int_1^2 \frac{1}{x\big(4 + \ln^2(x)\big)}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare i punti critici di di $f(x, y) = 16x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ e classificarli.

Risoluzione