Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **8.7.08**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di punto di massimo locale per una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare il teorema di Fermat.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in (x_0, y_0).

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $D := \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $f : D \to \mathbb{R}$ derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni $x \in D$. Allora

- [a] $\lim_{x \to 0^-} f(x) \leq \lim_{x \to 0^+} f(x)$
- [b] f è crescente
- [c] $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- [d] nessuna delle precedenti risposte

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione pari e derivabile 2 volte con continuità. Allora

- [a] $\int_{-1}^{1} f(x)f'(x)\, dx = 0$
- [b] $\int_{-1}^{1} f(x)f'(x)\, dx = 2f(1)$
- [c] $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = 0$
- [d] $\int_{-1}^{1} f(x)f''(x)\, dx = 0$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare con il metodo di bisezione uno zero di $f(x) = x^3 + x - 1$ con un errore minore di 2^{-3}.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Sia $a_n = 2^n$, $b_n = n^e$ e $c_n = \sqrt{\ln(2+n)}$. Allora per $n \to +\infty$

- [a] $a_n = o(b_n)$ e $a_n = o(c_n)$
- [b] $b_n = o(a_n)$ e $a_n = o(c_n)$
- [c] $c_n = o(a_n)$ e $c_n = o(b_n)$
- [d] $a_n = o(b_n)$ e $b_n = o(c_n)$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{2x \cdot \sqrt{x+1}}\, dx$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la convergenza semplice e assoluta della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)$

Risoluzione