

Cognome Nome

Matricola Corso di Laurea:

Domanda 1**[4 punti]**

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(c) = 0$ per un $c \in [a, b]$. Allora☐ a f è derivabile in $x = c$ ☐ b $f(a) \cdot f(b) < 0$ ☐ c f è limitata☐ d $\sup\{f(x) : x \in [a, b]\} > 0$

(giustificare la risposta!)

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2**[4 punti]**(i) Dare la definizione di derivabilità di una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ nel punto $x_0 = \pi$.(ii) Scrivere l'equazione della retta tangente t al grafico di $f(x) = \ln(1 + e^{\sin(x)})$ nel punto $x_0 = \pi$.**Risposta**

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x}{\sin(x)} - 1}{\cos(x) - 1}$$

Risoluzione

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. The paper has a slight shadow on its right side, suggesting it's resting on a surface.

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$$

Risoluzione

[illegible]

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(2, 1)$ per la funzione $f(x, y) = \frac{y}{x}$ e il versore $v = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$.

Risoluzione

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. The paper has a slight shadow on its right side, suggesting it's resting on a surface.

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la derivabilità parziale nel punto $(x_0, y_0) = (0, 1)$ della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (1+x) \cdot y & \text{se } x \geq 0 \\ (1-x) \cdot y & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Risoluzione

[illegible]

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x^3}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione

[illegible]