

**METODI ANALITICI APPLICATI ALLA GEOMETRIA**  
**6 CREDITI - A.A. 2018-2019**  
**LAUREA TRIENNALE IN MATEMATICA**  
**PROGRAMMA**

BARBARA NELLI

- (1) Equazioni in una variabile [6].
  - Il principio del massimo per equazioni del secondo ordine in una variabile.
  - Il problema dei valori iniziali.
  - Il problema dei valori al bordo (unicità).
- (2) Equazioni lineari alle derivate parziali ellittiche [6].
  - L'operatore di Laplace: il teorema del valor medio ed il principio del massimo.
  - Operatori ellittici del secondo ordine e trasformazioni.
  - Il principio del massimo di Hopf (interno e al bordo)
  - Il problema di Dirichlet per l'equazione di Laplace e di Poisson (unicità).
  - Funzione di Green.
  - Il principio di Pragmaen-Lindelof (principio del massimo per domini non limitati).
  - Disuguaglianza di Harnack.
- (3) Equazioni quasi lineari ellittiche [Appunti].
  - Principio del massimo e principio di tangenza.
  - Equazioni delle superfici minime e della curvatura media costante: principio del massimo.
  - Un grafico minimo giace tra il valore massimo e minimo del bordo. Stime di funzioni il cui grafico ha curvatura media costante e bordo nel piano.
  - Esistenza di parametri isotermi su una superficie minima.
  - Operatore di Laplace Beltrami su una superficie: principio del massimo per l'operatore di Laplace Beltrami.
  - Stime di altezza per una superficie di curvatura media costante con bordo in un piano (indipendenti dal dominio di definizione).
- (4) Esistenza di soluzioni per il problema di Dirichlet per equazioni quasi lineari ellittiche [3].
  - Teoremi di punto fisso.
  - Teorema di esistenza date le stime  $C^{1,\beta}$ .
  - Teorema di esistenza nel caso di bordo con pendenza limitata per equazioni in forma di divergenza o per  $n = 2$  e operatori senza termine del primo ordine.
- (5) Applicazioni geometriche del principio del massimo.
  - Teorema di Hopf: una superficie di curvatura media costante, compatta, embedded in  $\mathbb{R}^3$  è una sfera rotonda [5].
  - Teorema di Serrin [9].
  - Teorema di Rado per superfici minime e di curvatura media costante (formula di bilanciamento) [Appunti].
  - Teoremi sui grafici minimi su domini non limitati: Sa Earp-Rosenberg, Collin-Krust [1].
  - Teorema del semispazio[4].

REFERENCES

- [1] P. COLLIN, R. KRUST: *Le probleme de Dirichlet pour l'equation des surfaces minimales sur des domaines non bornes*, Bull. Soc. Math. de France 119 (1991) 443-462.

- [2] M. P. DO CARMO: *Differential geometry of curves and surfaces*, Prentice Hall, (1976).
- [3] D. GILBARG, N. TRUDINGER: *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer-Verlag (1977).
- [4] D. HOFFMAN, W. MEEKS III: *The strong half-space theorem for minimal surfaces*, Invent. Math. 101 (1990) 373-377.
- [5] H. HOPF: *Differential Geometry in the Large*, LNM 1000, Springer-Verlag (1983).
- [6] M. H. PROTTER, H. F. WEINBERGER: *Maximum Principles in Differential Equations*, Springer-Verlag (1984).
- [7] P. PUCCI, J. SERRIN: *The Maximum Principle*, Birkhauser (2007).
- [8] R. SA EARP, H. ROSENBERG: *The Dirichlet problem for the minimal surface equation on unbounded planar domains*, J. Math. pures et appl. 68 (1989) 163-183.
- [9] J. SERRIN: *A symmetry problem in potential theory*, Archive for Rational Mechanics and Analysis (1971) Vol. 43, 4, 304-318.