

## Esame di Meccanica Classica e Analitica del 12-09-2022. I

1. Discutere il seguente argomento:

- il problema dei due corpi. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si scriva la lagrangiana di un punto materiale pesante di massa  $m$  vincolato alla superficie  $x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$  e connesso da una molla di costante elastica  $k$  al punto  $(1, 0, 0)$ . Si trovi l'unica posizione di equilibrio e se ne discuta la stabilità (suggerimento: si usino le coordinate  $x$  e  $z$ ). [10 pt]
- si consideri il problema precedente, si scriva la lagrangiana ridotta (si mostri preliminarmente che la matrice hessiana è definita positiva per la posizione di equilibrio) e si trovino le pulsazioni proprie delle piccole oscillazioni. [10 pt]

## Esame di Meccanica Classica e Analitica del 12-09-2022. II

1. Discutere il seguente argomento:

- definizione di trasformazione canonica e completamente canonica, esempi e controesempi. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si consideri la hamiltoniana  $H = \frac{p^2}{1+q^2} + \frac{q^2}{1+q^2}$ . Si trovino le le variabili azione angolo e la frequenza. [12 pt]
- si consideri la trasformazione  $Q = \alpha p^\beta q$ ,  $P = \gamma q^\delta p$ , si dica per quali valori di  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$  è completamente canonica (suggerimento: si usino le parentesi di Poisson). [8 pt]