

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 18-11-2022. I

1. Discutere il seguente argomento:

- energia generalizzata per i sistemi lagrangiani e condizione per la sua conservazione. Espressione esplicita della lagrangiana e coincidenza di energia generalizzata e energia meccanica in caso di vincoli fissi [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa m sia vincolato senza attrito alla superficie $z = e^{(x^2+y^2)} - 1$. Si scriva la lagrangiana utilizzando le variabili cartesiane. Si determini la posizione di equilibrio e se ne discuta la stabilità. Si calcolino le pulsazioni proprie delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio stabile. [10 pt]
- relativamente al problema precedente riscrivere la lagrangiana in funzione delle variabili polari ρ e θ e si trovino i due integrali del moto. [10 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 18-11-2022. II

1. Discutere il seguente argomento:

- derivazione delle equazioni di Hamilton dalle equazioni di Lagrange. Hamiltoniana come energia generalizzata del sistema, condizioni per la sua conservazione. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa $m = 1$ è vincolato alla superficie $z = e^{(x^2+y^2)} - 1$. Scrivere esplicitamente la hamiltoniana e le equazioni di Hamilton usando le variabili ρ , θ , p_ρ e p_θ (ρ e θ sono le variabili polari). Trovare le due costanti del moto; [10 pt]
- data l'hamiltoniana $H = \frac{1}{4}(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^4)$ trovare le variabili azione, esprimere l'energia in funzione di esse e quindi ottenere le relative frequenze Ω_1 e Ω_2 . [10 pt]