

## Esonero di Meccanica Classica e Analitica del 20-04-2023. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- velocità virtuali: definizione di vincolo ideale o perfetto. Moti naturali e principio di D'Alembert. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- due punti materiali di uguale massa  $m=1$  siano vincolati alla retta  $y=0, z=0$ . Entrambi i punti siano separatamente collegati all'origine da una molla di costante  $k=1$ . Inoltre sia  $F_1 = -\alpha(x_1 - x_2)$  la componente lungo l'asse delle  $x$  di una forza che il punto 2 esercita sul punto 1 (per il terzo principio  $F_2 = -F_1$ ), dove  $\alpha$  è un parametro reale (non solo positivo). Si scriva la lagrangiana del sistema. Si trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare di  $\alpha$ ; [11 pt]
- relativamente al problema precedente si ponga  $\alpha=1$ , si mostri la matrice  $\hat{V}$  calcolata nell'unica posizione di equilibrio è definita positiva. Si mostri che la lagrangiana ridotta coincide con la lagrangiana. Si calcolino le pulsazioni proprie e si scriva la soluzione generale del problema ridotto (che coincide con quello iniziale). [9 pt]