

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 22-02-2023. I

1. Discutere il seguente argomento:

- spazi delle traiettorie e funzionali. Punto stazionario di un funzionale. Funzionale d'azione e condizione di stazionarietà: equazioni di Eulero-Lagrange. Stazionarietà dell'azione e non unicità della lagrangiana. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa m sia vincolato alla superficie $z = -e^{-(x^2+y^2)}$ e sia collegato da una molla di costante k all'origine. Si scriva la lagrangiana utilizzando le variabili x e y . Si mostri che la posizione $(x = 0, y = 0)$ è di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare dei parametri; [10 pt]
- relativamente al problema precedente si trovi un secondo integrale del moto (oltre all'energia meccanica). [10 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 22-02-2023. II

1. Discutere il seguente argomento:

- definizione di trasformazione canonica e completamente canonica, esempi e controesempi. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si consideri la hamiltoniana $H = \frac{p^2}{1+q^2} + \frac{2q^2-1}{1+q^2}$. Si trovino le variabili azione-angolo e la frequenza; [14 pt]
- si consideri la trasformazione $Q = \alpha p^\gamma \sin(q)$, $P = \beta p^\gamma \cos(q)$, si dica per quali valori di α , β e γ è completamente canonica. [6 pt]