

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 06-11-2023. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- brachistocrone su un piano dove è definito una campo di velocità. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si considerino due punti materiali pesanti di uguale massa m , il primo è vincolato alla parabola di equazione $y = 0, z = -\frac{x^2}{2}$ mentre il secondo è vincolato alla parabola di equazione $x = 0, z = -\frac{y^2}{2}$ (le parabole giacciono su piani ortogonali). I due punti siano inoltre connessi da una molla di costante elastica k . Si scriva la lagrangiana utilizzando le variabili x_1 e y_2 e si determinino le posizioni di equilibrio al variare dei parametri (si presti particolare attenzione al caso $mg = k$); [13 pt]
- relativamente al problema precedente si discuta la stabilità dei punti di equilibrio al variare dei parametri. [7 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 06-11-2023

1. Discutere il seguente argomento:

- le variabili azione-angolo dei sistemi a più gradi di libertà. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- data l'hamiltoniana $H(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{q^8}{2}$ trovare la variabile azione (a meno di una costante moltiplicativa che va espressa in forma integrale) e la variabile angolo (in forma integrale). Esprimere l'energia in funzione dell'azione e quindi ottenere la relativa frequenza $\Omega(A)$; [13 pt]
- si trovi la trasformazione canonica generata dalla funzione di seconda specie $F_2(q, P) = \cos(\alpha t)q^\beta P^\gamma$ con $\beta \neq 0$ e $\gamma \neq 0$ (si esplicitino le variabili Q, P in funzione delle q, p). Dire per quali valori di α, β e γ la trasformazione è naturale, per quali è completamente canonica e per quali è sia naturale che completamente canonica. [7 pt]