

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 09-02-2024. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- simmetrie per un sistema lagrangiano, teorema di Nöther. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si considerino due punti materiali pesanti di uguale massa m , il primo è vincolato alla retta di equazione $y = 0, z = x$ mentre il secondo è vincolato alla retta di equazione $y = 0, z = \alpha x$ con $\alpha \neq 1$ (i valori di α possono essere sia negativi che positivi). I due punti siano inoltre connessi da una molla di costante elastica k . Si scriva la lagrangiana utilizzando le variabili x_1 e x_2 , si determini la posizione di equilibrio e si discuta la sua stabilità; [13 pt]
- si consideri il sistema del precedente esercizio (mantenendo le stesse variabili e le relative derivate) e si dica per quale valore di α la lagrangiana si separa. Per questo valore di α , trovare quindi i due integrali del moto. [7 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 09-06-2024

1. Discutere il seguente argomento:

- derivazione delle equazioni di Hamilton dalle equazioni di Lagrange. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- data l'hamiltoniana $H(q, p) = \frac{p^2}{2+q^2} + \frac{q^2}{2+q^2}$ trovare le variabili azione-angolo. Esprimere l'energia in funzione dell'azione e quindi ottenere la relativa frequenza $\Omega(A)$; [10 pt]
- si trovino (con le parentesi di Poisson) i valori dei parametri α e β per i quali la trasformazione $Q = \alpha p + \ln(q)$, $P = qe^p - q + \beta qp$ è completamente canonica. Si determini poi la funzione generatrice di seconda specie $F_2(q, P)$ della trasformazione completamente canonica trovata (si tenga presente che $\int \ln(x) dx = x \ln(x) - x$). [10 pt]