

## Esame di Meccanica Classica e Analitica del 10-07-2023. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- energia generalizzata per i sistemi lagrangiani e condizione per la sua conservazione. Espressione esplicita della lagrangiana e coincidenza di energia generalizzata e energia meccanica in caso di vincoli fissi. [12 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa  $m$  sia vincolato senza attrito alla superficie  $z = e^{\alpha(x^2+y^2+xy)}$  dove  $\alpha$  è un parametro reale. Si scriva la lagrangiana utilizzando le variabili cartesiane. Si determini l'eventuale posizione di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare di  $\alpha$ ; [10 pt]
- si calcolino le pulsazioni proprie delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio stabile quando  $\alpha = 1$  e  $m = 2$ . [8 pt]

## Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 10-07-2023

1. Discutere il seguente argomento:

- criterio sufficiente per la canonicità di una trasformazione basata sul confronto tra due forme differenziali (con dimostrazione). [12 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- tre punti materiali di uguale massa  $m$  sono vincolati alla retta  $z = 0, y = 0$ . Il primo punto è collegato al secondo da una molla di costante  $k$ , il secondo punto è inoltre collegato al terzo da una molla di stessa costante  $k$ . Si trovi la hamiltoniana e si scrivano le relative equazioni di Hamilton; [8 pt]
- si trovi la trasformazione canonica generata dalla funzione di seconda specie  $F_2(q, P) = e^{\alpha t} q^{(3+\beta t)} P^{(1+\gamma t)}$  (si esplicitino le variabili  $Q, P$  in funzione delle  $q, p$ ). Si dica per quali valori dei parametri la trasformazione è completamente canonica e lo si verifichi utilizzando le parentesi di Poisson. [10 pt]