

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 12-06-2023. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- funzionale d'azione e condizione di stazionarietà: equazioni di Eulero-Lagrange. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa m sia vincolato senza attrito alla superficie $z = (x^2 + y^2)^2$. Sia inoltre collegato all'origine da una molla di costante k . Si scriva la lagrangiana utilizzando le variabili x e y . Si determini la posizione di equilibrio e se ne discuta la stabilità; [11 pt]
- relativamente al problema precedente si riscriva la lagrangiana utilizzando le variabili polari ρ e θ . Si trovi un secondo integrale del moto (oltre all'energia meccanica) e se ne discuta il significato fisico. [9 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 12-06-2023

1. Discutere il seguente argomento:

- definizione di parentesi di Poisson e parentesi di Poisson fondamentali. Integrali primi e parentesi di Poisson. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si data la lagrangiana $L = \frac{(1+q^4)\dot{q}^2}{2} + \frac{1}{1+q^4}$, si trovi la hamiltoniana. Si determini la variabile azione (a meno di una costante moltiplicativa) e la variabile angolo (in forma integrale). Si determini la frequenza e si scriva la soluzione delle equazioni di Hamilton per le variabili azione-angolo. Si spieghi infine perché è necessario che $-1 < E < 0$; [12 pt]
- si trovi la trasformazione canonica generata dalla funzione di seconda specie $F_2(q, P) = (1 + \beta t)P^\alpha \ln(q)$ con $\alpha \neq 0$ (si esplicitino le variabili Q, P in funzione delle q, p e viceversa). Dire per quali valori di α e β la trasformazione è naturale, per quali è completamente canonica e per quali è sia naturale che completamente canonica. [8 pt]