

## Esame di Meccanica Classica e Analitica del 14-09-2023. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- principio di D'Alembert (senza derivazione delle equazioni di lagrange). [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- due punti materiali pesanti di uguale massa  $m$  siano vincolati senza attrito rispettivamente alle parabole  $z = x^2 + 1, y = 0$  e  $z = -x^2 - 1, y = 0$ . Siano inoltre collegati tra loro da una molla di costante  $k$ . Si scriva la lagrangiana e si mostri che la posizione  $x_1 = x_2 = 0$  è di equilibrio. Se ne discuta la stabilità al variare dei parametri; [12 pt]
- relativamente al problema precedente si calcolino le pulsazioni proprie delle piccole oscillazioni assumendo  $mg = 1, k = 2$ . [8 pt]

## Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 14-09-2023

1. Discutere il seguente argomento:

- integrali primi dei sistemi hamiltoniani: energia e variabili cicliche. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si data la hamiltoniana  $H = p_3^2 + q_3^2(p_2^2 + q_2^2(p_1^2 + q_1^2))$ . Si trovino tre integrali del moto e si esprimano le tre variabili azione in funzione di essi; [10 pt]
- si trovi la trasformazione canonica generata dalla funzione generatrice di seconda specie  $F_2(q, P) = q^{(1+\beta t)} P^{(\gamma+\alpha t)}$  esplicitando le variabili  $Q, P$  in funzione delle  $q, p$  (non è necessario il viceversa). Dire per quali valori di  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  la trasformazione è naturale (scriverla esplicitamente), per quali è completamente canonica (scriverla esplicitamente ma non verificare con le parentesi di Poisson) e per quali è sia naturale che completamente canonica (scriverla esplicitamente). [10 pt]