

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 23-02-2024. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- energia generalizzata per i sistemi lagrangiani e condizione per la sua conservazione. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa m sia vincolato senza attrito alla superficie $z = \alpha e^{(x^2+y^2)}$ dove α è un parametro reale. Si scriva la lagrangiana utilizzando le variabili cartesiane. Si determini l'eventuale posizione di equilibrio al variare del parametro α e se ne discuta la stabilità (sempre al variare del parametro). Si calcolino le pulsazioni proprie delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio quando questa è stabile; [13 pt]
- si riscriva la lagrangiana dell'esercizio precedente in funzione delle variabili polari e si trovi un secondo integrale del moto (oltre all'energia meccanica). [7 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 23-02-2024

1. Discutere il seguente argomento:

- invarianza delle parentesi di Poisson fondamentali come condizione necessaria e sufficiente per la completa canonicità di una trasformazione indipendente dal tempo. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale di massa unitaria appartenente al piano orizzontale xy (quindi forza peso assente) sia vincolato alla parabola $y = \frac{x^2}{2}$ e sia soggetto alla forza di potenziale $V = \frac{x^2}{1+x^2}$. Si scriva la lagrangiana L in funzione della variabile x e della sua derivata \dot{x} . Si trovi poi la hamiltoniana $H(x, p)$. Si assuma infine che $0 < E < 1$ (con questa scelta il moto è periodico) e si trovi l'azione A in funzione dell'energia E ; [14 pt]
- si trovi (con le parentesi di Poisson) il valore dei parametri α e β per i quali la trasformazione $Q = \alpha p^\beta \sin(q)$, $P = \alpha p^\beta \cos(q)$ è completamente canonica. [6 pt]